３次元連結型-(r_1, r_2, r_3)-out-of-(n_1, n_2, n_3):F システムの最適配置導出アルゴリズムの提案

Proposal for the Algorithm of an Optimal Arrangement Problem of a 3-Dimensional Consecutive-(r_1, r_2, r_3)-out-of-(n_1, n_2, n_3):F System

1541074　高野　航太朗

Kotaro TAKANO

指導教員　秋葉 知昭

An optimal arrangement problem involves finding a component arrangement to maximize system reliability. In this study, I proposed component arrangement conditions for efficiently finding an optimal arrangement of the 3-dimensional system.

１．緒　言

現代社会において交通や水道，電気，インターネットに至るまで，多くの分野がシステムによって支えられており,アイテム（コンポーネント）が与えられた条件で既定の期間中に要求された機能を果たすことができる性質（信頼度）を考える．システムの信頼性評価を行うモデルとして，三次元空間において集中故障を表現できる３次元連結型-(r_1, r_2, r_3)-out-of-(n_1, n_2, n_3):F システムに注目し,最適配置導出アルゴリズムを提案する.本研究では,より高速に最適配置を導出する方法の提案を目的とする.

２．３次元連結型システムについて

2.1 ３次元連結型システム

本研究で注目する３次元連結型-(r_1, r_2, r_3)-out-of-(n_1, n_2, n_3):F システムは構成するコンポーネントの配置がn_1行n_2列の長方形がn_3層重なった直方体であり,r_1 行 r_2 列 r_3 層の範囲のコンポーネント全てが故障となったときに故障となるシステムのことを表す.

2.2 ３次元連結型システムの最適配置問題

最適配置問題とは, コンポーネントとシステムは稼動か故障の２状態をとり,コンポーネントは互いに独立して故障し,かつ同一でない信頼度が最初に与えられているという仮定の下,コンポーネントの配置をどの様にすれば最大の信頼度が得られるかを考える問題である.

はじめに以下の記号を定義する.

$i = 1,2,\ldots,n_1, j = 1,2,\ldots,n_2, l = 1,2,\ldots,n_3$と

$g = 1,2,\ldots,n_1n_3n_3$に対して,

p_g ：コンポーネントgの信頼度.

$$p_1 \le p_2 \le \cdots \le p_{n_1n_2n_3}$$

$\pi(i,j,l)$： (i,j,l)に配置されたコンポーネント番号を示し,上記したコンポーネント番号gへの写像を表す.

$\boldsymbol{\pi} \equiv \left(\pi(1,1,1), \pi(1,1,2), \ldots, \pi(n_1,n_2,n_3)\right)$：

コンポーネント番号であらわされるコンポーネントの配置.

$R\left((r_1,r_2,r_3),(n_1,n_2,n_3);\boldsymbol{\pi}\right)$：

コンポーネントの配置が,$\boldsymbol{\pi}$である３次元連結型-(r_1, r_2, r_3)-out-of-(n_1, n_2, n_3):F システムの信頼度.

S_n ：$\boldsymbol{\pi}$の集合. $n_1n_2n_3!$通り存在する.

このとき,下記の式(2・1)を満たす$\boldsymbol{\pi}^*$を最適配置とする.

$$R\left((r_1,r_2,r_3),(n_1,n_2,n_3);\boldsymbol{\pi}^*\right) = \max_{\boldsymbol{\pi}\in S_n}\left\{R\left((r_1,r_2,r_3),(n_1,n_2,n_3);\boldsymbol{\pi}\right)\right\} \quad (2\cdot1)$$

本研究では,$r_1 = n_1 - 1$かつ$r_2 = n_2 - 1$かつ$r_3 = n_3 - 1$の場合,また$r_1 = n_1$かつ$r_2 = n_2 - 1$かつ$r_3 = n_3 - 1$の場合における３次元連結型-(r_1, r_2, r_3)-out-of-(n_1, n_2, n_3):F システムの最適配置導出方法を提案する.

３．最適配置導出方法

3.1 最適配置の必要条件

Nakamura[1]の提案を三次元に拡張し,極小カット内に必ず同時に含まれるコンポーネントの集合がある性質と最適配置において隅のコンポーネントの信頼度が最も小さくなる性質から図 3.1 の大小関係を設定し, $r_1 = n_1$の場合（$n_1 \ge 2$かつ$n_2 = 3, n_3 = 3$の場合）図 3.2 のような大小関係が設定でき,範囲内のコンポーネントの入れ替えを無視する.

3.2　回転と反転したコンポーネント配置の削除

コンポーネントの配置を回転および反転した配置の信頼度は同一の値になる為, 算出を省略することが可能であり, 図 3. 1 で設定した大小関係よりp_1, p_2, p_3のコンポーネントを 13 の配置パターンに場合分けすることによってシステムの回転および反転を停止することができる.

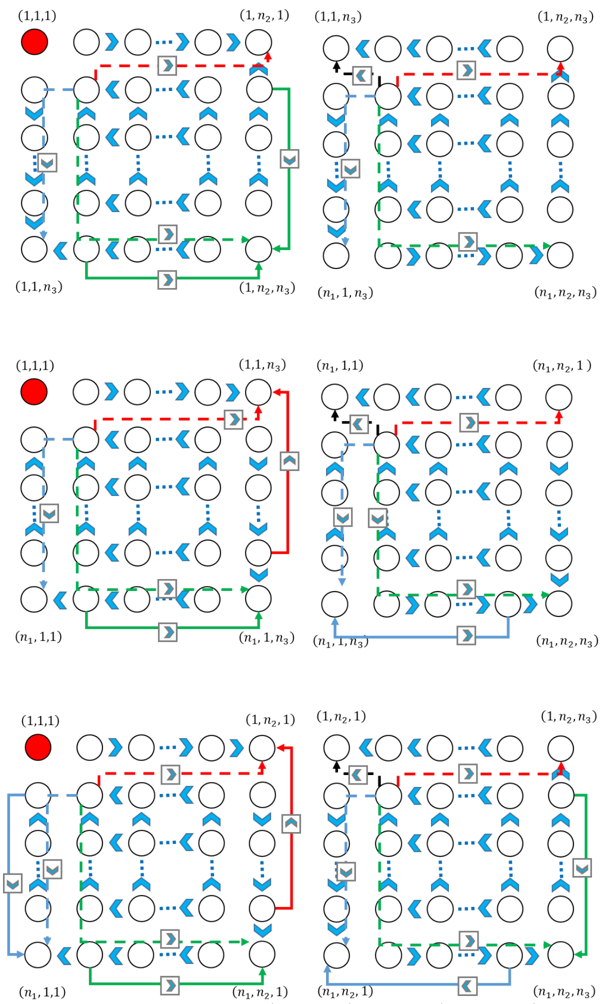

図 3.1　３次元連結型-(r_1, r_2, r_3)-out-of-(n_1, n_2, n_3):F システムの性質に基づいた大小関係

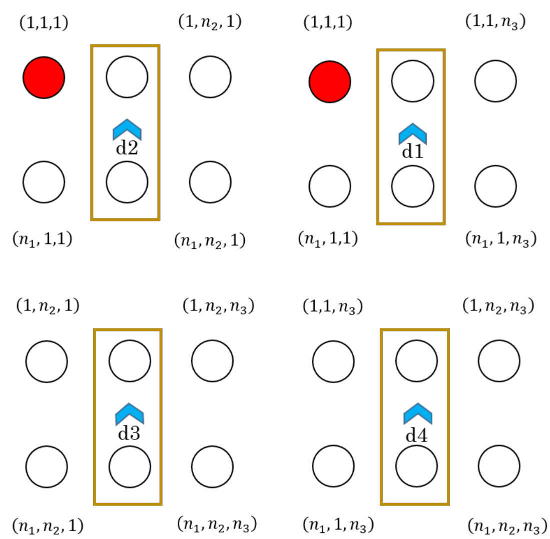

図 3.2　３次元連結型-(2,2,2)-out-of-(2,3,3):F システムのの性質に基づいた大小関係

４．プログラムの実装と評価

本研究では,渡邉[2]によって提案された３次元連結型システムの信頼度算出方法と前述のアルゴリズムを用い全数列挙との比較を行う.全数列挙は予測算出時間（本研究の算出時間を総パターン数で割った値に全数列挙によって求まる総パターン数を掛けたもの）を比較対象とする.

表 4　３次元連結型-(2,2,2)-out-of-(2,3,3):F システムの性質に基づいた大小関係

	総パターン数	算出時間
本研究	約724万通り	785.516 秒
全数列挙	約6.40×10^{15}通り	約6.95×10^{11}秒

表 4 より本研究によって大幅な算出時間の短縮ができていることが明らかである.本研究の結果の理由として 3.1 節により極小カット内の包含関係が同一なコンポーネントの集合の組み合わせを減らし,3.2 節で示した回転,および反転した配置パターンを排除できたことが挙げられる.またこれだけ大幅な時間短縮が可能になった理由は,三次元のシステムにおけるシステムサイズの増加に伴う総パターン数の指数的増加が指数的な総パターン数の減少に繋げたからだと考えられる.

５．　結　言

本研究では,渡邉[2]によって提案された信頼度算出方法と今回提案したアルゴリズム用い最適配置の導出を高速化した．本研究で取り扱った,システムおよび極小カットのサイズは極めて限定的であるため実際のシステムで用いることは極めて難しい．しかし,今後,より実践的なシステムについて研究を行う際,今回示した規則性,条件を基に新たな発展系が生まれてくるであろうと考える.

今後より実践的で,より限定の少ない条件の下における最適配置を導出することが課題であると考える.

文　献

[1] T. Nakamura, H. Yamamoto and T. Akiba：Fast Algorithm For Optimal Arrangement in Connected-$(m-1, n-1)$-out of-(m, n):F Lattice System, IEICE Trans. Fundamentals, Vol.E101–A, No.12, pp.2446-2453(2018)

[2] 渡邉 康輝:3 次元連結型システムの信頼度算出方法の改善, 平成 29 年度千葉工業大学卒業論文(2018)