

# k点間ネットワーク信頼度の算出方法の改良

## Improvement of Calculation Method for the $k$ -Terminal Network Reliability

1841047 小林 亮太

Ryota KOBAYASHI

指導教員 秋葉 知昭

In this study, we proposed an efficient calculation method the network reliability for the  $k$ -terminal and compare it with the method for calculating the all-terminal network reliability.

### 1. 緒言

我々の身の回りの世界には、「電話網」や「交通網」、「インターネット」などいくつかの要素と、それらを結ぶ線で表せるものが数多く存在している。これらはネットワークと呼ばれ現代社会の基盤として我々の生活を支えており、近年ネットワークはさらに重要性を増しており、その信頼性を定量的に評価することが望まれている。過去、様々な研究により全点間における信頼度の算出方法や改良の研究が行われてきた。しかし本研究では、全点間信頼度ではなく $k$ 点間における信頼度の算出方法の改良を全点間信頼度の算出方法を見直し $k$ 点間信頼度算出の計算時間の短縮を実現している[1]。

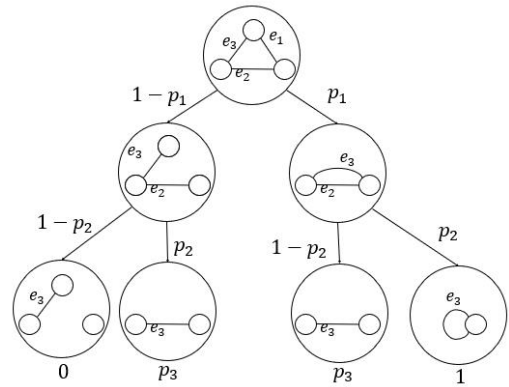


図1 Factoring 法による全点間信頼度の計算例

### 2. ネットワークシステムの問題定義と分類

本研究では、ノード数 $n$ 、 $k$ 点間の成り立たつノード数 $n-1$ 、エッジ $e_i$ が正常時の信頼度 $p_i$ 、エッジ $e_i$ が故障時の信頼度 $q_i$ として記号を定義して研究を進めておりネットワークシステムに対して各ノードは故障しないものとする、全てのエッジは稼働か故障の2状態とする。全てのエッジの故障は、独立に発生するものとしてある特定の $k$ 点が稼働しているエッジにより、連結している状態である。

### 3. Factoring 法と Factmem 法

本研究では、Factoring 法と Factmem 法という手法を扱い研究している。まず Factoring 法とは、エッジの両端に繋がっているノード間がネットワークとして繋がっている状態の時、ノードを1つにまとめることを「縮約」、エッジをネットワークから取り除くことを「削除」としこの2つの作業を行うことでネットワークの構造の簡略化をする作業のことである。

次に Factmem 法について説明する。縮約や削除を再帰的に行う過程で、エッジの状態を削除されたエッジ[0]、何もされていないエッジ[1]、縮約されたエッジ[2]の3つに分け整数化し記憶する事で、同じ整数がでてきた際参考し式を簡略化させることができる。

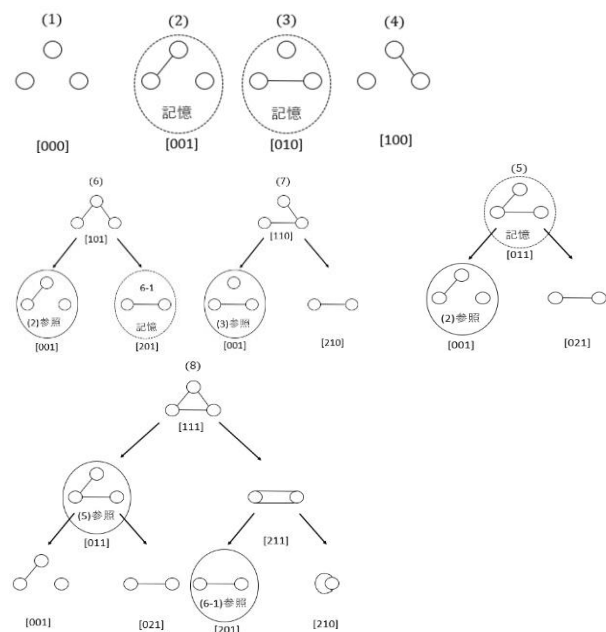


図2 ノード3時の Factmem 法の様子

#### 4. 改良 Factoring 法[2]

改良 Factoring 法とは、市川の研究で提案された Factoring 法であり、算出するネットワークのノード数が増加する事で計算時間が増加する為、ノードが増えた際、増えたノードに接続されるエッジパターンを既存のエッジと組み合わせることで計算を容易とする手法である。

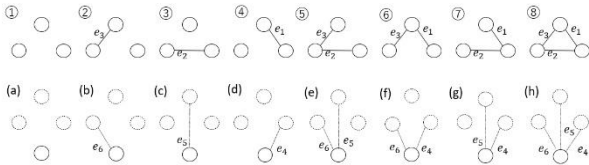


図3 ノード4を計算する場合の組み合わせパターン

#### 5. k点間信頼度算出方法

本研究では、k点間信頼度を算出する上でノード数-1点間、つまりノード3の時は2つノード4の時は3つノードが稼働しているエッジにより連結していれば成立するため、ネットワークのパターンが多いので、ノード3と4の時のパターンを全列挙しk点間信頼度の成り立つ物、すなわちn-1の条件を満たすパターンを括りだす方法をとった。括りだす方法として、市川の研究で提案された改良 Factoring 法をk点間に適応することにした。以下にノードが3と4の時、k点間ネットワークに改良 Factoring 法を適応した計算式を示す。

$$R'(G3) = (q_2p_3 + p_2q_3 + p_2p_3)q_1 + (q_2q_3 + q_2p_3 + p_2q_3 + p_2p_3)p_1 \quad (1)$$

$$R'(G4) = (q_4p_5p_6 + p_4q_5p_6 + p_4p_5q_6 + p_4p_5p_6) \{ (q_2q_3 + q_2p_3 + p_2q_3 + p_2p_3)p_1 + (q_2q_3 + q_2p_3 + p_2q_3 + p_2p_3)q_1 \} + (p_1q_2p_3 + p_1p_2q_3 + p_1p_2p_3 + q_1p_2p_3) (q_4q_5q_6) + (q_1q_2p_3 + q_1p_2q_3 + q_1p_2p_3)(q_4q_5p_6) + (q_1q_2p_3 + q_1p_2q_3 + q_1p_2p_3) (q_4p_5q_6) + (q_1q_2p_3 + q_1p_2q_3 + q_1p_2p_3)p_4q_5q_6 + \{ (q_2q_3 + q_2p_3 + p_2q_3 + p_2p_3)p_1 \} (q_4q_5p_6 + q_4p_5q_6 + p_4q_5q_6) \quad (2)$$

式(1)は、改良 Factoring 法によりノード3の式が含まれているが、適応する際、k点間信頼度になったことで $q_1 \cdot q_2 \cdot q_3$ に対する組み合わせが増加したため、ノード3の式を適応する際 $q_1 \cdot q_2 \cdot q_3$ が必要となっている。以下に適応後のノード3式を示す。

$$R'(G3) = \{ (q_2q_3 + q_2p_3 + p_2q_3 + p_2p_3)q_1 \} + \{ (q_2q_3 + q_2p_3 + p_2q_3 + p_2p_3)p_1 \} \quad (3)$$

式(1)と式(2)を比べると、ノード3のときにk点間信頼度が成り立たなかった部分ネットワークも、

ノード4の場合には式に加えなければ正確な信頼度を計算できないことを示している。

#### 6. 検証

前章で提案した計算式(1)と、全列挙したパターンをすべて足し合わせたもので計算結果を比べ差異が無いか確かめた。数値は Microsoft Excel を用いて算出しやエッジ信頼度0.1から0.9の乱数を使用した。結果、表1の通り差が出なかった為、前章で提案された手法がk点間信頼度を正しく算出できていることが証明された。

表1 ノード数4のk点間信頼度

計算式	信頼度
全列挙	0.965138
改良式	0.965138

しかしエッジの構成がn-1未満の構成を計算式に取り入れない手法等は、k点間信頼度の場合信頼度が0にならないため適応できない。

#### 7. 結言

本論文では、k点間信頼度の計算方法の模索とその改善をすることであり、過去論文で提案された手法のk点間信頼度での改善、適応をすることができた。よってこれから先k点間信頼度の算出方法の改良や全点間信頼度の算出方法のk点間信頼度への適応をする際、本研究によって見るべき研究の視野を示せたと考えられる。しかし本研究では、本来 Factoring 法により算出する必要のないパターンを全列挙により考慮せざるを得なかったため、計算する部分ネットワーク数の少ないk点間信頼度のパターンを列挙することができていないため今後の課題となっている。また本研究では触れなかったが、本研究の手法によるプログラムの構築と、多目的問題となった時の適応などが考えられる。これら課題を改善できればより短縮され実用的な手法になると考えられる。

#### 参考文献

- [1] 小出武：全部分ネットワークの信頼度計算アルゴリズム，流通経済大学論集-経済・情報編，第9巻，3号，pp.71-83(2001)
- [2] 市川智大：ネットワークの全点間信頼度算出方法の改良，千葉工業大学卒業研究(2016)