拡張 Ford-Fulkerson 法による最小費用流問題の解法
Calculation Method for the Minimum-Cost Flow Problem by Applied Ford-Fulkerson Algorithm

18411125　渡部 友輝
Tomoki WATABE

指導教員　秋葉　知昭

In this study, I considered to treat the network of a transporting route problem. So, I proposed to solveing method of the minimum cost flow problem by using expansion Ford-Fulkerson algorithm in order to find on efficient route with reduction flow cost in the network.

1．緒　言

インターネットショッピングを利用する世帯の割合は，2020 年 3 月以降に急速に増加し，その後は二人以上の世帯の約半数以上が利用する状況が続いている[1]．例えば，飲食分野においては，インターネットで注文し，飲食店から食事を配達してくれる宅配サービスが，大都市を中心に利用が増えている．このように，物流ニーズが高まることにより，物流業界の労働力不足が問題となっている[2]．この問題を改善するには，採用活動の強化，新人の即戦力化等が挙げられるが，その中でも物流の効率化は特に重要になってくる．

本研究では，物流の効率化・コスト削減を図るために，需要者（ユーザー）の需要量（流量）を設定し，その需要量を満たし，かつ，コストの安い経路を効率よく短時間で求めるための問題として経路探索に注目し，拡張 Ford-Fulkerson 法による最小費用流問題の解法を示す．

2．最小費用流問題と拡張 Ford-Fulkerson 法

本研究では，需要者（ユーザー）の需要量を設定し，その需要量を満たし，かつ，コストの安い経路を求めるために，最小費用流問題に注目し，Ford-Fulkerson 法を用いた解法を提案する．

2.1 最小費用流問題[3]

最小費用流問題は，各ノードに需要と供給が与えられているとき，それらの条件を満たす最小コストを求める問題であり，代表的なネットワーク問題の一つである．たとえば，始点ノードｓから終点ノードｔに一定量の「もの」を配送するとき，どのルートを選べば最小のコストで運ぶことができるかという問題である．これを本研究における基本問題とする．

最小費用流問題は一般的に次のように定式化される．

インデックス

i, j, k：ノード番号$(i, j, k = 1,2 \dots, m)$

パラメータ

m　：ノードの個数

n　：エッジ数

q　：ネットワークの総流量

c_{ij}　：エッジ(i,j)のコスト

u_{ij}　：エッジ(i,j)の容量の上限値

$\mathbf{c}$　：n次元ベクトル, $\mathbf{c} \equiv (c_{12}, \dots, c_{m-1,m})$

$\mathbf{u}$　：n次元ベクトル, $\mathbf{u} \equiv (u_{12}, \dots, u_{m-1,m})$

決定変数

x_{ij}　：ノードiからノードjまでの流量

$\mathbf{x}$　：n次元流量ベクトル, $\mathbf{x} \equiv (x_{12}, \dots, x_{m-1,m})$

$f(\mathbf{x})$：目的関数

最小費用流問題

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i \neq j} c_{ij} x_{ij} \rightarrow min$$

s.t

$$\sum_{j \in Suc} x_{ij} - \sum_{k \in Pre} x_{ki} = \begin{cases} q & (i = 1) \\ 0 & \text{その他} \\ -q & (i = m) \end{cases}$$

$$0 \leq x_{ij} \leq u_{ij} (i, j = 1,2, \dots, m)$$

2.2 提案アルゴリズムの特徴

本研究では，最小費用流問題を解く際に Ford-Fulkerson 法を利用し,探索方法に幅優先探索と深さ優先探索を利用する．幅優先探索を用いると流量最大の経路を求めることができる．流量最大の経路を求めた後は，深さ優先探索の経路を遡る特徴を使って流量最大のまま，コストが低くなる経路を探索する．

2.3 拡張 Ford-Fulkerson 法

アルゴリズムの手順

STEP 1　Ford-Fulkerson 法を幅優先探索で探索し，流量最大になる経路を列挙する．

STEP 2　飽和している辺の中から最小カットの組

み合わせを求める．

STEP 3　STEP 1で列挙された経路の中で1流量のコストが一番高い経路を改善対象とする．

STEP 4　最小カットには必ず流量最大流す制約条件をかけ，STEP 3で改善対象となった経路を深さ優先探索の1つ前に戻るという特徴を使い，流量は最大のまま新しい経路を提案する．

STEP 5　コストを比較する．
「STEP 3で改善対象となった経路<新しい経路」の場合 STEP 4で使った経路を探索済みとして STEP 4に戻る．
「STEP 1後の経路>新しい経路」の場合は STEP 3で改善対象となった経路を STEP 4で提案された新しい経路に変更して終了する．

3. 実験および考察

本研究では，様々なネットワークモデルに対して拡張 Ford-Fulkerson 法と先行研究である幅優先探索を用いた Primal-Dual 法[4]，Ford-Fulkerson 法を使用し，同じ需要量でどの程度費用を安くすることができたかを比較する．

(1) ネットワークモデル1

ネットワークモデル1は，ノードの数が10個でエッジの数が18本のネットワークである．図3-1にネットワークモデル1のイメージ図を示す．各エッジの数値は（コスト，容量）を表しており，各エッジに設定されている．各エッジのパラメータの幅を1から100までの乱数にした．

出力された結果を表1と表2に示す．

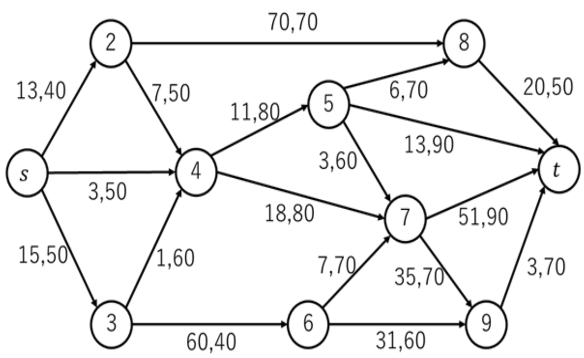

図1 ネットワークモデル1

表1　計算結果（幅優先探索の Primal-Dual 法）

探索No.	ルート	流量	1流量のコスト	総コスト
1	1→4→7→10	50	72	3600
2	1→2→8→10	40	103	4120
3	1→4→7→10	30	72	2160
4	1→3→4→5→10	20	40	800
合計		140	80	10680

表2 計算結果（本研究）

探索No.	ルート	流量	1流量のコスト	総コスト
1	1→4→5→10	50	27	1350
2	1→3→4→5→10	30	40	1200
3	1→3→4→7→10	20	85	1700
4	1→2→4→7→9→10	40	76	3040
合計		140	80	7290

実験した結果，提案アルゴリズムの方がコストが小さくなった．理由としては，コストをランダムにすることで，遠回りしたほうが結果としてコストが低くなる場合が存在するからであると考えられる．

各エッジに対するコスト差がほとんどない，最短経路が最小費用となるような単純なネットワークでは優位性が見られなかった．

5. 緒言

本研究では，経路探索に注目し，拡張 Ford-Fulkerson 法を提案した．実装した結果，最短経路が最小コストとなる単純なネットワークでのみ思うように小さくならなかったが，コストをランダムにし，最短経路が最小コストとは限らない複雑なネットワークでは本研究の提案アルゴリズムに優位性が見られた．今回は一つの経路のみの経路改善だったがこれを増やしていけばよりコストを低くすることできると考えられる．

本研究では，需要と供給が始点ノードと終点ノードの2点のみであったので，流通問題にも適用するため，途中にも需要供給ノードを設定することを今後の課題としたい．

文献

[1]　物流：物流総合効率化法について － 国土交通省
https://www.mlit.go.jp/seisakutokatsu/freight/bukkouhou.html
(参照 2021-1-18)

[2] 総務省:令和3年版，情報通信白書，オンライン消費の増加
https://www.soumu.go.jp/johotsusintokei/whitepaper/ja/r03/html/nd121310.html　(参照 2021-1-18)

[3]　玄光男・林林：ネットワークモデルと多目的GA，共立出版 pp. 66-71 (2008)

[4]　権田裕太：幅優先探索を用いた Primal-Dual 法による最小費用流問題の解法，千葉工業大学　社会システム科学部　経営情報科学科　2014年度卒業研究