

# 分枝限定法による 3 次元連結型- $(r_1, r_2, r_3)$ -out-of- $(n_1, n_2, n_3)$ :F システムの最適配置導出アルゴリズムの提案

## Proposal for the Algorithm of an Optimal Arrangement Using Branch-and-Bound of a 3-Dimensional Consecutive- $(r_1, r_2, r_3)$ -out-of- $(n_1, n_2, n_3)$ :F System

1941097 前田 颯汰

Sota MAEDA

指導教員 秋葉 知昭

In this paper, I consider the component assignment problem of the 3-dimensional-consecutive- $(r_1, r_2, r_3)$ -out-of- $(n_1, n_2, n_3)$ :F system. This problem generates all possible component assignments, evaluates system reliability under each component assignment, and then determines the optimal arrangement. However, when the number of components is not small, this problem is going to be the combinatorial explosion problem, and thereby, it may fail to find the optimal arrangement within a reasonable time. Therefore, this paper proposes applications of Branch-and-Bound and an adding necessary condition.

### 1. 緒言

近年 VR 技術が特定の精神疾患を持つ人の治療や手術のシミュレーションに使用されていることから、立体的な 3 次元システムへの関心が増えてきた[1]. そこで本研究では、システムの評価モデルとして、信頼度を用いた 3 次元連結型システムに注目し、最適配置導出アルゴリズムを提案する. 最適配置の導出にはコンポーネントの増加に伴い、計算時間が増加するため、分枝限定法の適用と考慮する配置パターンに条件を付加することで、より高速な最適配置導出を目的とする.

### 2. システムと最適配置

#### 2.1 3 次元連結型システム

3 次元連結型- $(r_1, r_2, r_3)$ -out-of- $(n_1, n_2, n_3)$ :F システムとは、 $n_1$  行  $n_2$  列の長方形が  $n_3$  層重なった直方体状のシステムにおいて、任意の  $r_1$  行  $r_2$  列  $r_3$  層の範囲(以下極小カット)のコンポーネントすべてが故障となったときに故障となるシステムのことである.

#### 2.2 3 次元連結型システムの最適配置

最適配置とは、コンポーネント信頼度が与えられており、コンポーネントを自由に入れ替えてもシステムの機能としては問題がないとき、システム信頼度が最大となるコンポーネントの配置である.

$i = 1, 2, \dots, n_1, j = 1, 2, \dots, n_2, k = 1, 2, \dots, n_3$  に対して、 $\pi(i, j, k)$  を位置  $(i, j, k)$  のコンポーネント番号とすると、 $n_1 \times n_2 \times n_3$  個のコンポーネントの配置は

$$\Pi_{RS} = (\pi(i, j, k))_{1 \leq i \leq n_1, 1 \leq j \leq n_2, 1 \leq k \leq n_3}$$

によって表現される. コンポーネント番号を  $\tau (\in \{1, 2, \dots, n_1 n_2 n_3\})$  とすると、コンポーネント  $\tau$  の信頼度は  $p_\tau$  と表され、一般性を失うことなく、 $p_1 < p_2 < \dots < p_{n_1 n_2 n_3}$  とする. 配置が  $\Pi_{RS}$  である 3 次元連結型- $(r_1, r_2, r_3)$ -out-of- $(n_1, n_2, n_3)$ :F システムの信頼度を

$R^{RS}((r_1, r_2, r_3), (n_1, n_2, n_3); [p_\tau]; \Pi_{RS})$  とすると、3 次元連結型- $(r_1, r_2, r_3)$ -out-of- $(n_1, n_2, n_3)$ :F システムの最適配置  $\Pi_{RS}^*$  は以下のように定式化できる.

$$\Pi_{RS}^*$$

$$= \arg \max_{\Pi_{RS} \in S_{RS}} R^{RS}((r_1, r_2, r_3), (n_1, n_2, n_3); [p_\tau]; \Pi_{RS}) \dots (1)$$

ただし、 $S_{RS}$  はすべての配置  $\Pi_{RS}$  の集合とする.

本研究では、 $r_1 = n_1 - 1$  かつ  $r_2 = n_2 - 1$  かつ  $r_3 = n_3 - 1$  の場合における 3 次元連結型- $(r_1, r_2, r_3)$ -out-of- $(n_1, n_2, n_3)$ :F システムの最適配置導出方法を提案する.

### 3. 計算方法の改良

本研究では、配置パターンを列挙する手法として分枝限定法の適用を使用し、渡邊の信頼度算出方法[2]に考慮する配置パターンの条件を付加することでより高速にシステムの信頼度を算出する方法を提案する.

#### 3.1 分枝限定法

分子限定法とは、最適化問題において解の候補を探索するにあたり、最適解にはなりえない候補の探索を早くに打ち切ることを効率よく行うための技法である[3]. 本研究では、システム信頼度は構成するコンポーネントの数の増加に伴い低くなることを利用し、3 次元連結型- $(r_1, r_2, r_3)$ -out-of- $(n_1, n_2, n_3)$ :F システムの最下層  $k$  (下層  $D$ ) を除くサブシステム  $U$  のシステム信頼度  $R_U$  と、探索した時点での最適配置  $\Pi'$  のシステム信頼度  $R'$  (ただし、最適配置が更新されるごとにその値となる) を比較し、 $R_U \leq R'$  の場合に枝刈りを行う.

また、下層  $D$  において、 $r_1 \times r_2$  個のコンポーネントすべてが故障している場合には、1, 1 つでも稼働している場合には 0 となる 2 値変数を  $\delta_D, \delta_D$  の状態をみて、システム故障が生起する残りの層数の値を  $\varepsilon_D$  とする

と、 $\varepsilon_D$  の組み合わせが同じ場合、システム信頼度は変わらないため、システム信頼度を改めて算出する手間を、既知の  $R'$  を使用することで省くことができる。

### 3.2 配置の条件

極小カットが重複する数によってシステムを4つの範囲  $Z_A, Z_B, Z_C, Z_D$  に分け、任意のコンポーネントの配置が決まったとき、システムを中心  $Z_D$  を対称の軸とした対称の位置関係にあるコンポーネントの配置も決まるアイデアを提案する。4つの範囲に配置されるコンポーネント信頼度の大小関係を  $Z_A < Z_B < Z_C < Z_D$  とするとき、それぞれに配置される信頼度  $p_t$  は

$e = 2r_1 - n_1, f = 2r_2 - n_2, g = 2r_3 - n_3$  とすると、 $p_a^A (a = 1, 2, \dots, 8), p_b^B (b = 1, 2, \dots, 4(e + f + g)), p_c^C (c = 1, 2, \dots, 2(e + f + g)), p_d^D (d = 1, 2, \dots, efg)$  で制限される。また、コンポーネント信頼度

$p_a^A, p_b^B, p_c^C, p_d^D$  の平均値を  $AV_A, AV_B, AV_C, AV_D$  としたとき、以下の定理に沿ってコンポーネントを配置する。

定理 3

(i)  $a = 1, 2, \dots, 8$  に対して、範囲  $Z_A$  において次式を満たす。

$$\frac{p_a^A + p_{8-a+1}^A}{2} \cong AV_A \quad (3 \cdot 1)$$

(ii)  $b = 1, 2, \dots, 4(2r_1 - n_1 + 2r_2 - n_2 + 2r_3 - n_3)$  に対して、範囲  $Z_B$  において次式を満たす。

$$\frac{p_b^B + p_{4(2r_1 - n_1 + 2r_2 - n_2 + 2r_3 - n_3) - b + 1}^B}{2} \cong AV_B \quad (3 \cdot 2)$$

(iii)  $c = 1, 2, \dots, 2(2r_1 - n_1 + 2r_2 - n_2 + 2r_3 - n_3)$  に対して、範囲  $Z_C$  において次式を満たす。

$$\frac{p_c^C + p_{2(2r_1 - n_1 + 2r_2 - n_2 + 2r_3 - n_3) - c + 1}^C}{2} \cong AV_C \quad (3 \cdot 3)$$

(iv) システムの中心を対称の軸とするとき、

$d = 1, 2, \dots, (2r_1 - n_1)(2r_2 - n_2)(2r_3 - n_3)$  に対して、範囲  $Z_D$  において、範囲  $Z_D$  に配置されるコンポーネントの数が偶数個のとき次式を満たす。

$$\frac{p_d^D + p_{(2r_1 - n_1)(2r_2 - n_2)(2r_3 - n_3) - d + 1}^D}{2} \cong AV_D \quad (3 \cdot 4)$$

範囲  $Z_D$  に配置されるコンポーネントの数が奇数個のとき、システムを中心となるコンポーネントがただ1つとなるので、 $p_{n_1 n_2 n_3}$  をシステムを中心に配置した後次式を満たす。

$$\frac{p_d^D + p_{(2r_1 - n_1)(2r_2 - n_2)(2r_3 - n_3) - d}^D}{2} \cong AV_D \quad (3 \cdot 5)$$

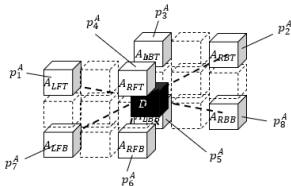


図 3.1 範囲  $Z_A$  における配置関係

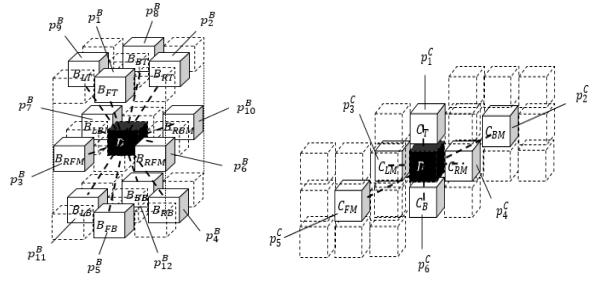


図 3.2 範囲  $Z_B, Z_C$  における配置関係

## 4. 結果と考察

本研究では、3.2 で示した配置の条件を実装することで、 $(n_1, n_2, n_3) = (3, 2, 3)$  の場合における3次元連結型- $(r_1, r_2, r_3)$ -out-of- $(n_1, n_2, n_3)$ :F システムの最適配置を導出した(表 4)。しかし、これよりもシステムのサイズが大きくなると、現実的な時間で導出することが困難となるため、実装には至らなかった分枝限定法の適用を実現することが、この課題の緩和に繋がると考察する。

表 4  $(n_1, n_2, n_3) = (3, 2, 3)$  の場合における3次元連結型システムの最適配置

Layer	(comp_num) comp_rel		
1	(1) 0.64	(10) 0.82	(2) 0.66
	(7) 0.76	(11) 0.84	(8) 0.78
2	(16) 0.94	(18) 0.98	(14) 0.9
	(13) 0.88	(17) 0.96	(15) 0.92
3	(3) 0.68	(9) 0.8	(4) 0.7
	(5) 0.72	(12) 0.86	(6) 0.74

## 5. 結言

本研究で提案した分枝限定法の適用と配置パターンに条件を付加するアイデアは3次元連結型- $(r_1, r_2, r_3)$ -out-of- $(n_1, n_2, n_3)$ :F システムの最適配置導出の高速化に繋がったと考える。しかし現実的な時間で導出できるようになることはいまだ課題である。

## 文献

- [1] VR 技術とは？現在と未来の活用事例もまとめてみた、<https://www.sejuku.net/blog/11932>(2022)
- [2] 秋葉 知昭, 渡邊 佳稀, 高橋 奈津美, 山本 久志：3次元連結型システムの信頼度算出方法の提案と評価, 電子情報通信学会, 信学技報, Vol. 114, No. 170, pp37-42(2014)
- [3] 平田 富夫：アルゴリズムとデータ構造, 森北出版株式会社(2002)