

3次元連結型- (r_1, r_2, r_3) -out-of- (n_1, n_2, n_3) :F システムの最適配置傾向分析

Trend Analysis of an Optimal Arrangement for a 3-Dimensional Consecutive- (r_1, r_2, r_3) -out-of- (n_1, n_2, n_3) :F System

2141009 石井 夏生

Natsuki ISHII

指導教員 秋葉 知昭

In this study, I analyzed the component assignment problem in the 3-dimensional-consecutive- (r_1, r_2, r_3) -out-of- (n_1, n_2, n_3) :F system. To determine the optimal arrangement of this 3-dimensional-consecutive- (r_1, r_2, r_3) -out-of- (n_1, n_2, n_3) :F system, I employed an experimental validation approach, conducting numerical experiments to efficiently explore approximate solutions using Genetic Algorithm (GA). Based on the results obtained from these numerical experiments, data analysis and supplementary experiments were performed to determine the optimal placement conditions for the components in the 3-dimensional-consecutive- (r_1, r_2, r_3) -out-of- (n_1, n_2, n_3) :F system.

1. 緒言

現代社会は、システムエラーのリスクに常にさらされている。2024年7月に発生したコンピューターの大規模なシステム障害事件[1]のようなリスクに我々は備える必要がある。そこで本研究では、システムの評価モデルとして、信頼度を用いた3次元連結型システムに注目し、モデル上でシステムを構築する要素や条件を入れ替えるシミュレーションにより、エラーに強いシステムのコンポーネントの配置を探った。実験検証によるアプローチで3次元連結型- (r_1, r_2, r_3) -out-of- (n_1, n_2, n_3) :Fシステムにおける最適配置の条件の仮説を検証し、実験データの分析を通して最適配置の条件を検証することを目的とする。

2. システム概要と最適配置の定義

2.1 3次元連結型システム

3次元連結型- (r_1, r_2, r_3) -out-of- (n_1, n_2, n_3) :Fシステムとは、行、列、層の3次元構造状に拡張したシステムである。 n_1 行 n_2 列の長方形が n_3 層重なった直方体状のシステムにおいて、任意の r_1 行 r_2 列 r_3 層の範囲のコンポーネントがすべて故障となったときにシステム故障と判断されるシステムである。

2.2 3次元連結型システムの最適配置[2]

$n_1 \times n_2 \times n_3$ 個のコンポーネントに与えられている信頼度がすべて同じ場合、コンポーネントの故障確率がどのような場合でもシステムの信頼度は変わらないが、 $n_1 \times n_2 \times n_3$ 個の信頼度がすべて異なる場合は、 $(n_1 \times n_2 \times n_3)!$ 通りの配置パターンが存在し、その中で最もシステムの信頼度が高くなるコンポーネントの配置、最も故障しにくいコンポーネントの配置を最適配置とする。

$i = 1, 2, \dots, n_1, j = 1, 2, \dots, n_2, k = 1, 2, \dots, n_3$ に対して、 $\pi(i, j, k) (\in \{1, 2, \dots, n_1 n_2 n_3\})$ を位置 (i, j, k) に割り当てられたコンポーネント番号とすると、 $n_1 \times n_2 \times n_3$ 個のコンポーネントの配置は

$$\Pi_{RS} = (\pi(i, j, k))_{1 \leq i \leq n_1, 1 \leq j \leq n_2, 1 \leq k \leq n_3}$$

によって表現される。コンポーネント番号を $\tau (\in \{1, 2, \dots, n_1 n_2 n_3\})$ とすると、コンポーネント τ の信頼度は p_τ と表され、一般性を失うことなく、 $p_1 < p_2 < \dots < p_{n_1 n_2 n_3}$ とする。つまり p_τ とは τ 番目に信頼度の低いコンポーネントの信頼度という意味である。

配置が Π_{RS} である3次元連結型- (r_1, r_2, r_3) -out-of- (n_1, n_2, n_3) :Fシステムの信頼度を $R^{RS}((r_1, r_2, r_3), (n_1, n_2, n_3); [p_\tau]; \Pi_{RS})$ とすると、3次元連結型- (r_1, r_2, r_3) -out-of- (n_1, n_2, n_3) :Fシステムの最適配置 Π_{RS}^* は以下のように定式化できる。

$$\Pi_{RS}^* =$$

$$\arg \max_{\Pi_{RS} \in S_{RS}} R^{RS}((r_1, r_2, r_3), (n_1, n_2, n_3); [p_\tau]; \Pi_{RS})$$

ただし、 S_{RS} はすべての配置 Π_{RS} の集合とする。

3. 実験内容

本研究で取り組んだ問題は3次元連結型- (r_1, r_2, r_3) -out-of- (n_1, n_2, n_3) :Fシステムの最適配置問題である。つまり、3次元連結型- (r_1, r_2, r_3) -out-of- (n_1, n_2, n_3) :Fシステムにおけるコンポーネントの最適配置を求めることが最終的な目標であり、システム中央に最も信頼度の大きなコンポーネントが配置されることと、システムの角に最も信頼度の小さなコンポーネントが配置されることが最適配置条件の仮説である。それを踏まえた上で、行った実験が、近似解（準最適解）を高速探索する数値実験である。メタヒューリスティックな手法としてGAを採用し、探索空間全体を効率的に探索した。各コンポーネントに与える信頼度の条件やGAパラメータを調整しつつ、何度もプログラムも回して準最適配置を求めることを繰り返すことで、コンポーネントの配置とコンポーネント信頼度の傾向を調べた。

4. 結果と考察

4.1 実験結果

本実験では、3次元連結型-(2,2,2)-out-of-(3,3,3):Fシステムにの場合におけるコンポーネントの最適配置

の傾向を観測することができたので、その結果を図 4.1 で示す。

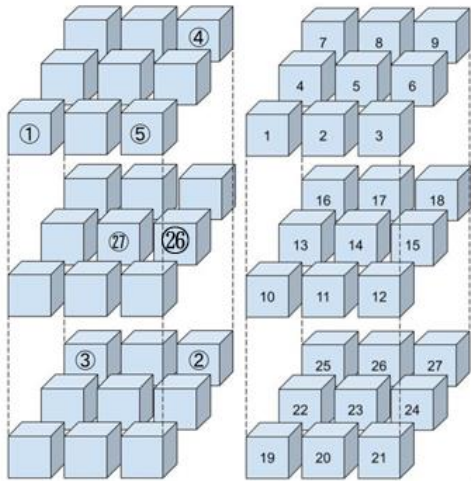


図 4.1 3 次元連結型-(2, 2, 2)-out-of-(3, 3, 3):F システムの最適配置(左図)とシステム内のポジションナンバー(右図)

図 4.1 において、①は p_1 を指し、②は p_2 を指すこととする。③以降も同様の意味で、⑳は p_{27} を指す。図 4.1 では任意のコンポーネント信頼度を与えられたコンポーネントが、実験の結果、3 次元連結型-(2, 2, 2)-out-of-(3, 3, 3):F システム内のどの位置(ポジションナンバー)に配置されたかがわかる図となっている。

コンポーネント信頼度として $\tau=1$ から $\tau=8$ に 0 より大きく 0.01 より小さい条件で生成した乱数、 $\tau=9$ から $\tau=27$ には 0.5 より大きく 1.0 より小さい条件で生成した乱数を与えた実験では 3 次元連結型-(2, 2, 2)-out-of-(3, 3, 3):F システムの 8 つ角に最適配置として配置される傾向が見えるかどうかを検証した。この実験により、3 次元連結型-(2, 2, 2)-out-of-(3, 3, 3):F システムの場合において $\tau=2$ の最適配置がポジション 27 であること、 $\tau=3$ の最適配置がポジション 25 であること、 $\tau=4$ の最適配置がポジション 9 であること、 $\tau=5$ の最適配置がポジション 3 であることが明らかになった。この最適配置が 3 次元連結型-(2, 2, 2)-out-of-(3, 3, 3):F システムのコンポーネントの最適配置の条件であると分析する。

コンポーネント信頼度として $\tau=1$ から $\tau=25$ に 0 より大きく 0.5 より小さい条件で生成した乱数、 $\tau=26, 27$ に 0.9 より大きく 1.0 より小さい条件で生成した乱数を与えた実験では $\tau=26$ の最適配置が決定できるかを検証した。この実験により、3 次元連結型-(2, 2, 2)-out-of-(3, 3, 3):F システムの場合において $\tau=26$ の最適配置がポジション 15 であることが明らかになった。この最適配置が 3 次元連結型-(2, 2, 2)-out-of-(3, 3, 3):F システムのコンポーネントの最適配置の条件であると分析する。

4.2 考察

考察の内容は図 4.1 に対応している。 $\tau=2$ の最適配置が $\tau=1$ の対角の位置であるポジション 27 である理由は、3 次元連結型-(2, 2, 2)-out-of-(3, 3, 3):F システムにおいてポジション 1 を含む $2 \times 2 \times 2$ の範囲内のコンポーネント全てが故障状態であることとポジション 27 を含む $2 \times 2 \times 2$ の範囲内のコンポーネント全てが故障状態であることが同時に生じた場合、3 次元連結型-(2, 2, 2)-out-of-(3, 3, 3):F システム内に生じた 2 つの故障範囲に含まれるコンポーネントのなかで 2 つの故障範囲に重複して存在するコンポーネントがポジション 14 の $\tau=27$ 、つまり最も壊れにくいコンポーネントとなるからであると考えられる。

3 次元連結型-(2, 2, 2)-out-of-(3, 3, 3):F システムの上層($\pi=1 \sim 9$ の 9 つの位置を上層と表記)の角に $\tau=1, 4, 5$ 、下層($\pi=19 \sim 27$ の 9 つの位置を下層と表記)の角に $\tau=2, 3$ の最適配置が位置する理由は、3 次元連結型-(2, 2, 2)-out-of-(3, 3, 3):F システム全体として、コンポーネントに与えられているコンポーネント信頼度をもとにバランスをとっているからであると考えられる。根拠として表 4.2 を示す。

表 4.2 最適配置上層、中層、下層のコンポーネント信頼度の和

上層のコンポーネントのコンポーネント信頼度の合計値	100.482
中層のコンポーネントのコンポーネント信頼度の合計値	170.914
下層のコンポーネントのコンポーネント信頼度の合計値	98.6941

$\tau=26$ の最適配置となりうるコンポーネントがポジション 15 である理由は、3 次元連結型-(2, 2, 2)-out-of-(3, 3, 3):F システムの場合においてポジション 27 を含む $2 \times 2 \times 2$ の範囲内のコンポーネント全てが故障状態になるリスクを回避するためであると考えられる。

5. 結 言

本研究では、3 次元連結型-(r_1, r_2, r_3)-out-of-(n_1, n_2, n_3):F システムの最適配置の条件の傾向を分析することを研究目的とした。計算時間と解の品質のバランスを調整できた GA は本研究に適した手法であったと考えるが、数学的な最適解を求められたわけではない。今後は完全探索による研究が期待される。

文 献

- [1] 日本経済新聞：世界でシステム障害、空港や銀行など幅広くソフト起因、
<https://www.nikkei.com/article/DGXZQOUC197ST0Z10C24A7000000/> (2025 時点)
- [2] 前田 颯汰：分枝限定法による 3 次元連結型-(r_1, r_2, r_3)-out-of-(n_1, n_2, n_3):F システムの最適配置導出アルゴリズムの提案、千葉工業大学卒業論文、pp. 12-13 (2022)