

# 遺伝的アルゴリズムを用いた 二目的ネットワーク問題の パレート最適解導出問題の解法

秋葉 知昭（千葉工業大学社会システム科学部経営情報科学科）

高橋 奈津美（防衛大学校電気情報学群）

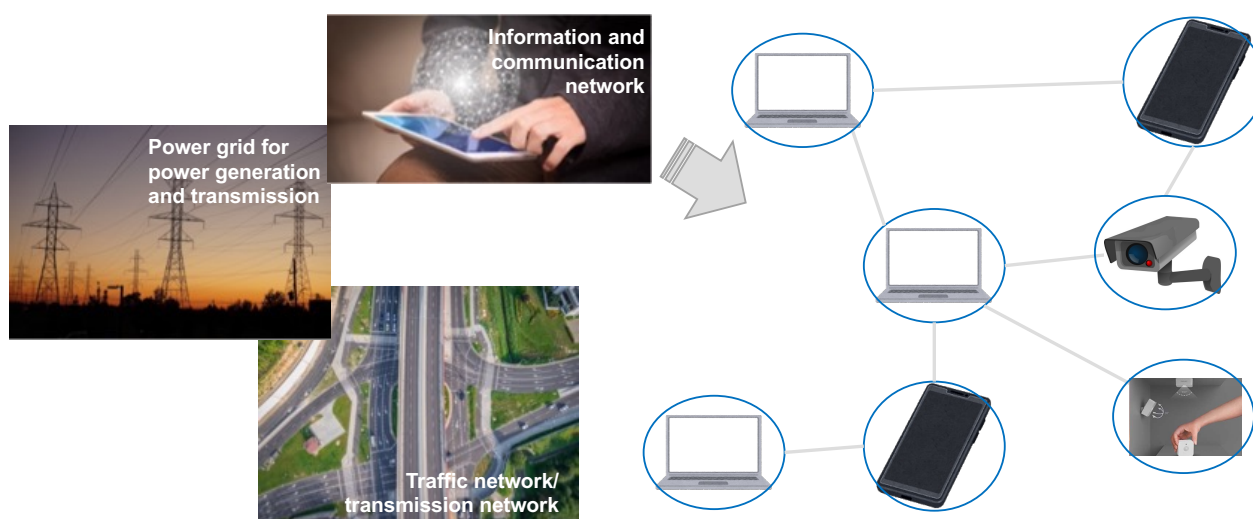
資料リンク [http://www.syslab.it-chiba.ac.jp/Labo/content/files/iee\\_230308.pdf](http://www.syslab.it-chiba.ac.jp/Labo/content/files/iee_230308.pdf)



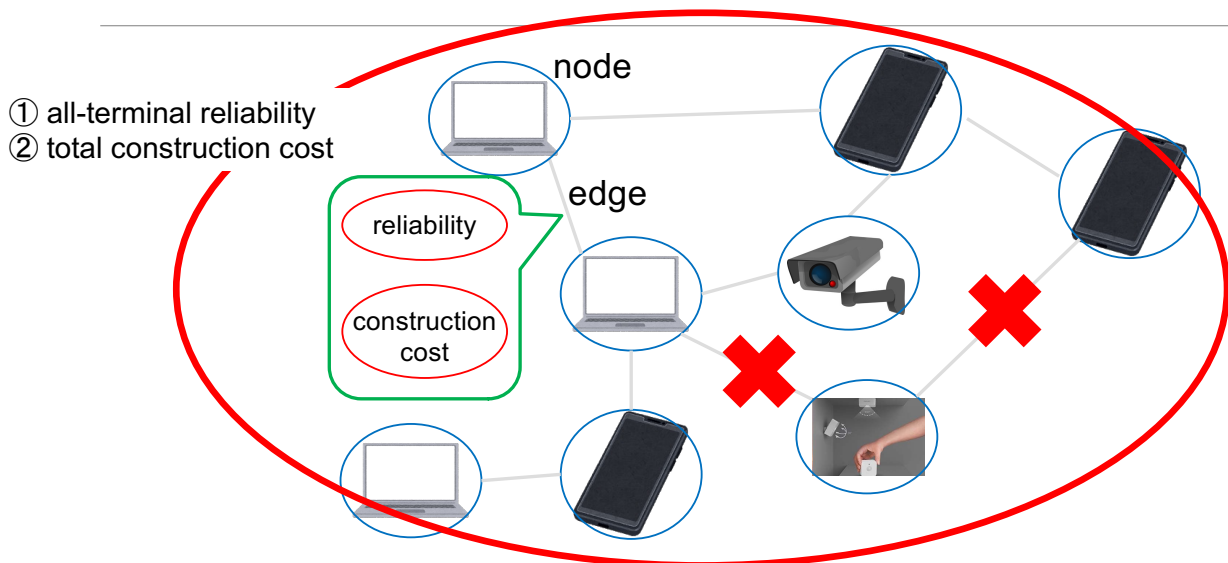
## はじめに

In the real world, many infrastructures, for example, Internet, power/water supply and traffics, are network systems required high reliability.

Recently, ad-hoc network constructs by IoT sensor devices and constructing some services of Society 5.0.



# はじめに



2

The Reliability and Maintenance Engineering Summit 2021

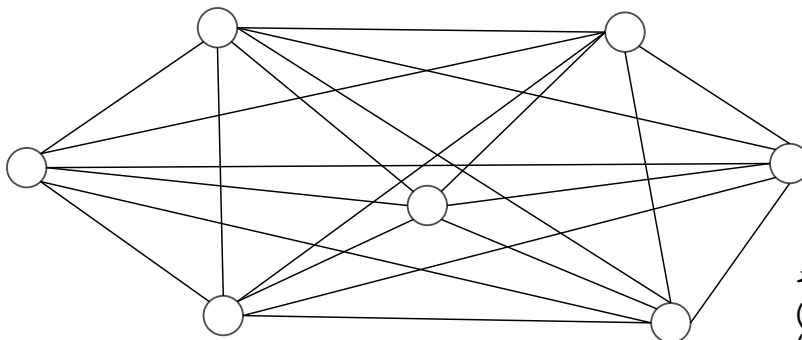


## ネットワーク信頼性問題

ネットワークが稼働する

決定論的尺度(Deterministic)  $\longleftrightarrow$  確率論的尺度(Probabilistic)

- ① 2点間信頼度(two-terminal reliability) → 特定の2ノードが連結されるパスが“稼働する”確率
- ②  $k$ 点間信頼度( $k$ -terminal reliability) → 特定の $k$ ノードが連結されるパスが“稼働する”確率
- ③ 全点間信頼度(all-terminal reliability) → 全てのノードが連結される確率



そのほかにも  
(a) 流量モデル(Flow network)  
(b) Multi-Flow network

3

The Reliability and Maintenance Engineering Summit 2021



# 定義 (二目的ネットワーク問題)

Notations: For  $i = 1, 2, \dots, m$ ,  
 $m$  : the number of edges of complete graph  
 $e_i$  : the  $i$ -th undirected edge  
 $p_i$  : reliability of edge  $e_i$   
 $c_i$  : construction cost of edge  $e_i$   
 $x_i$  : binary variable, where  $x_i = 1$  if a network includes  $e_i$ , and  $x_i = 0$  if not.  
 $\mathbf{x}$  : a network represented by the vector of binary variable  
 $X$  : The set of network  $\mathbf{x}$   
 $R(\mathbf{x})$  : all-terminal reliability of network  $\mathbf{x}$   
 $C(\mathbf{x})$  : total construction cost of network  $\mathbf{x}$

## Definition of Problem:

全点間信頼度と総構築/運用コストが以下の関係を満たす

$$\begin{array}{l} \max_{\mathbf{x} \in X} R(\mathbf{x}) \\ \min_{\mathbf{x} \in X} C(\mathbf{x}) \end{array}$$

全点間信頼度     $\rightarrow$  MAX  
総コスト     $\rightarrow$  MIN

これらの関数が単一の最適解を得ることは稀なのでパレート最適を求める。

## パレート最適

$\mathbf{x}, \mathbf{x}'$  について, 以下の条件を満たす解 $\mathbf{x}'$ は $\mathbf{x}$ により優越される

$$R(\mathbf{x}') \leq R(\mathbf{x}) \wedge C(\mathbf{x}') \geq C(\mathbf{x})$$

$$R(\mathbf{x}') < R(\mathbf{x}) \vee C(\mathbf{x}') > C(\mathbf{x})$$

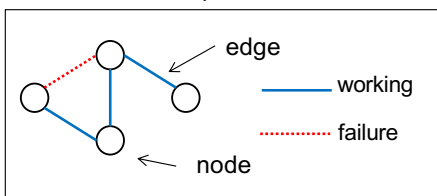
We say that  $\mathbf{x}$  is a Pareto solution if  $\mathbf{x}$  is not dominated by any other solutions.



# 仮定 (二目的ネットワーク問題)

- 全てのノードは故障しない
- 各エッジの状態は「稼働」か「故障」の2状態のいずれか。
- 各エッジの故障は独立に生起。
- 各エッジ  $e_i$  の連結コスト  $c_i$  と信頼度  $p_i$ , の値は既知。

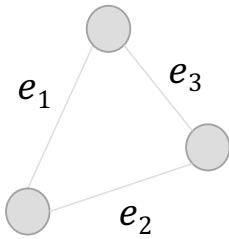
【The example networks】



Notations: For  $i = 1, 2, \dots, m$ ,  
 $m$  : the number of edges of complete graph  
 $e_i$  : the  $i$ -th undirected edge  
 $p_i$  : reliability of edge  $e_i$   
 $c_i$  : construction cost of edge  $e_i$   
 $x_i$  : binary variable, where  $x_i = 1$  if a network includes  $e_i$ , and  $x_i = 0$  if not.  
 $\mathbf{x}$  : a network represented by the vector of binary variable  
 $X$  : The set of network  $\mathbf{x}$   
 $R(\mathbf{x})$  : all-terminal reliability of network  $\mathbf{x}$   
 $C(\mathbf{x})$  : total construction cost of network  $\mathbf{x}$



# 全点間信頼度と総コストの関係



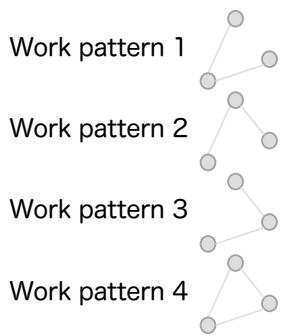
例題 (ノード数3)

edge	reliability	construction cost
$e_1$	$p_1 = 0.6$	$c_1 = 4$
$e_2$	$p_2 = 0.8$	$c_2 = 12$
$e_3$	$p_3 = 0.7$	$c_3 = 9$

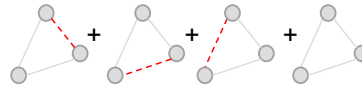
Let  $CN$  be a set of connected graph.  
All-terminal reliability of network  $x$  is calculated by

$$R(\mathbf{x}) = \sum_{x' \in CN} \prod_{e \in E_{x'}} p(e) \sum_{e \in E \setminus E_{x'}} (1 - p(e))$$

where  $p(e)$  is a reliability of edge  $e$ .

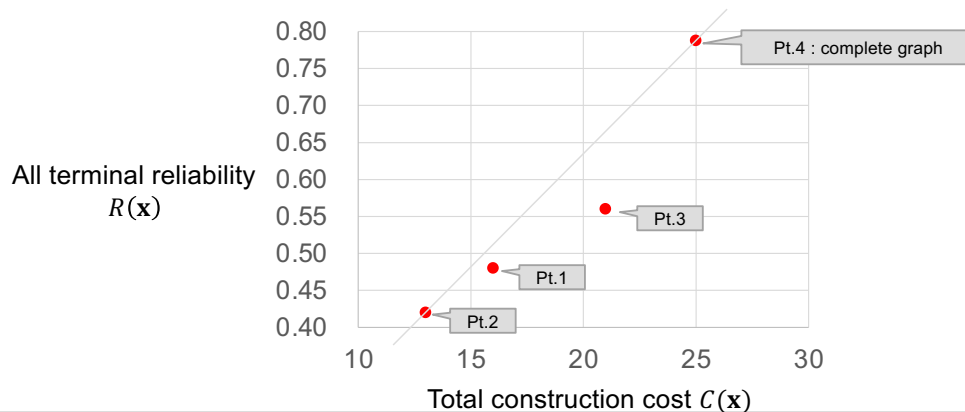


Pattern	all-terminal reliability	total construction cost
Pt.1	$p_1 p_2 = 0.480$	$c_1 + c_2 = 16$
Pt.2	$p_1 p_3 = 0.420$	$c_1 + c_3 = 13$
Pt.3	$p_2 p_3 = 0.560$	$c_2 + c_3 = 21$
Pt.4	$p_1 p_2 (1 - p_3) + p_1 (1 - p_2) p_3 + (1 - p_1) p_2 p_3 + p_1 p_2 p_3 = 0.788$	$c_1 + c_2 + c_3 = 25$



# 全点間信頼度と総コストの関係

Pattern	all-terminal reliability	total construction cost
Pt.1	$p_1 p_2 = 0.480$	$c_1 + c_2 = 16$
Pt.2	$p_1 p_3 = 0.420$	$c_1 + c_3 = 13$
Pt.3	$p_2 p_3 = 0.560$	$c_2 + c_3 = 21$
Pt.4	$p_1 p_2 (1 - p_3) + p_1 (1 - p_2) p_3 + (1 - p_1) p_2 p_3 + p_1 p_2 p_3 = 0.788$	$c_1 + c_2 + c_3 = 25$



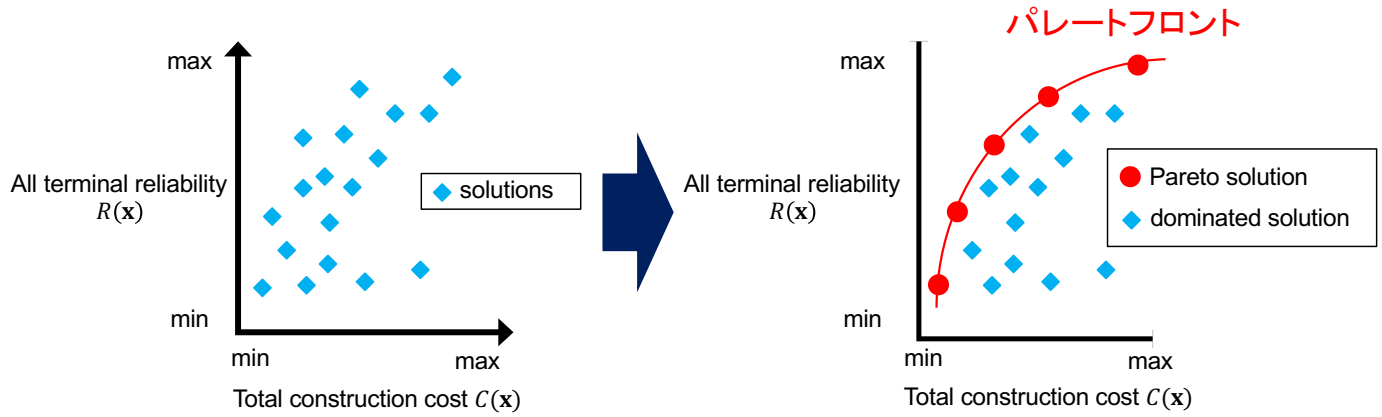
# パレート最適

$x, x'$  について、以下の条件を満たす解  $x'$  は  $x$  により優越される

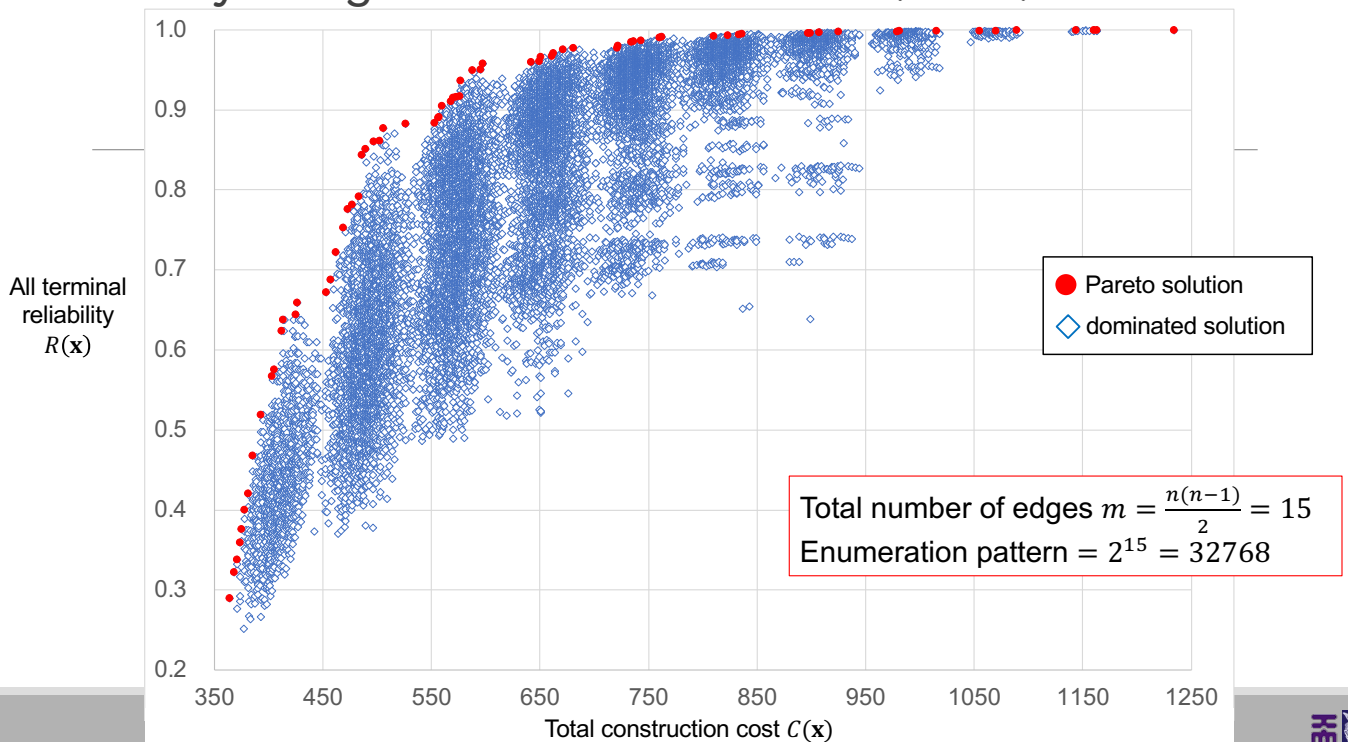
$$R(x') \leq R(x) \wedge C(x') \geq C(x)$$

$$R(x') < R(x) \vee C(x') > C(x)$$

他の全ての解に対して非優越な解  $x$  の集合をパレート最適と呼ぶ



## Solutions by using Enumeration method ( $n = 6$ )



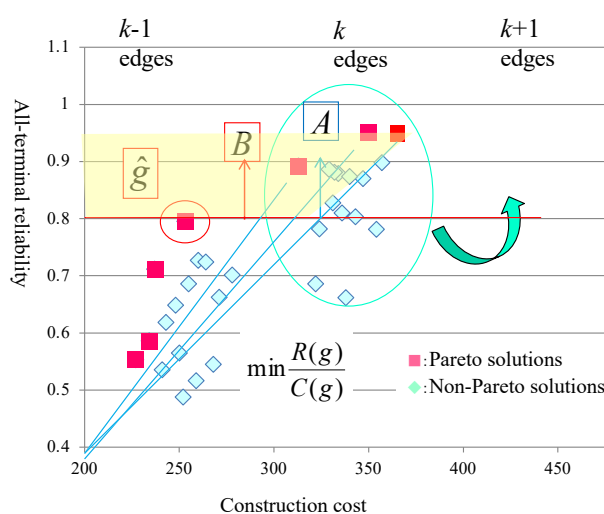
# 過去のアプローチ

	Algorithm	Properties	Subjects	papers
Takahashi et al. (2018)	BB	パレートフロントを構成する解の傾向と、構成エッジに対する複数の仮説を提案	計算時間大	Takahashi, Yamamoto, Akiba and Xiao, Efficient Algorithm for Obtaining the Pareto Solutions of a Multi-Objective Network utilizing Network Properties, JIMA, 68(4) pp.232-243(2018)(in Japanese)
Takahashi et al. (2018)	GA	パレート解候補の2つの端点に注目し、端点を結ぶ直線で親個体選択範囲を制限。エッジ効率に基づく一点交叉	計算時間は少し減少するが、解の発見率低下	Takahashi, Sung, Akiba and Yamamoto, GA-Based Algorithm for Finding Quasi-Pareto Solution Set of a Bi-Objective Network Design Problem, Proc. of the 19th APIEMS (2018)
Takahashi et al. (2019)	GA	パレート解候補の3つの端点に注目し、端点を結ぶ直線で親個体選択範囲を制限。エッジ効率に基づく二点交叉	計算時間の微増と解発見率のわずかな向上	Takahashi, Akiba and Yamamoto, Improvement Ideas of GA-Based Algorithm for Obtaining Quasi-Pareto Solution of Bi-Objective Networks, Proc. of the 25th ISSAT (2019)
Takahashi et al. (2020)	GA	パレート解候補の3つの端点に注目し、親個体選択範囲の制限方法の変更（範囲拡大）。エッジ効率に基づく二点交叉	計算時間の増加と解発見率のわずかな向上	Takahashi, Sung, Akiba and Yamamoto, Bi-objective Optimization of Network Reliability by Genetic Algorithm, Proc. of the 9th APIARM (2020)
Kanazawa et al.(2021)	GA	Takahashi et al.(2019) から3点目のプロット方法の変更による親個体選択範囲の制限方法の変更（範囲拡大）。エッジ効率に基づく二点交叉	計算時間のわずかな改善	Yuri Kanazawa, Natsumi Takahashi, Tomoaki Akiba, Search Space Restriction of Genetic Algorithm for Pareto Solutions of Bi-Objective Network, Reliability and Maintenance Engineering Summit 2021



## パレートフロントを構成する解の傾向と構成エッジに対する仮説

### (1) Slope of Pareto Solutions



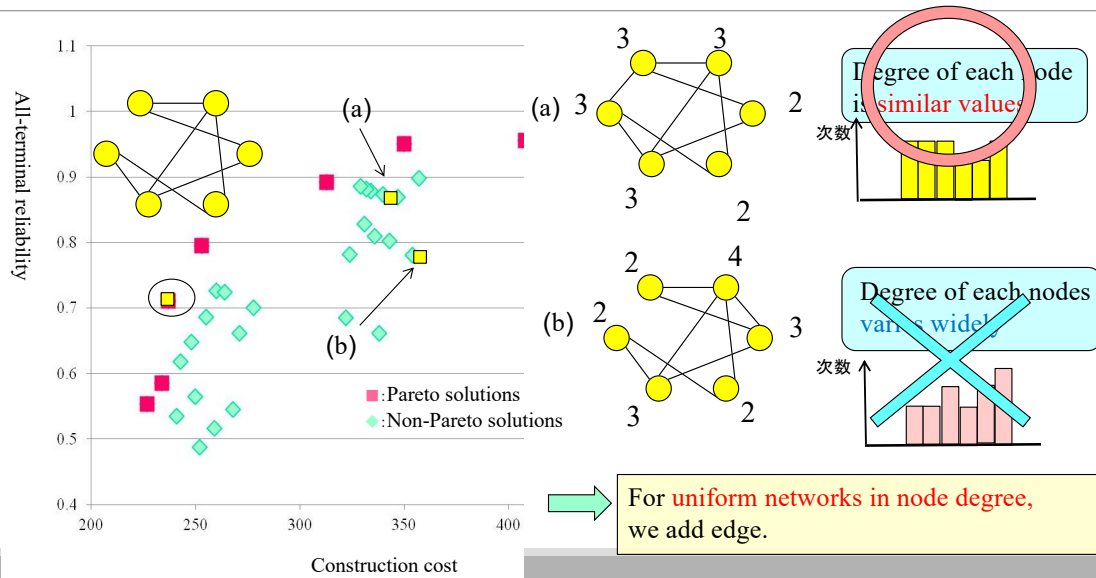
A: Search Pareto solutions with  $k$  edges for network  $g$  which minimizes  $R(g)/C(g)$   
 Consider **upper space** of straight line of connecting origin point and this  $g$ .

B: Focus on maximum reliability network  $\hat{g}$  among Pareto solutions with  $k-1$  edges. Consider **higher reliability space** of network  $\hat{g}$ .

Generate the space satisfying above both conditions, and set the space for the range of considered networks.

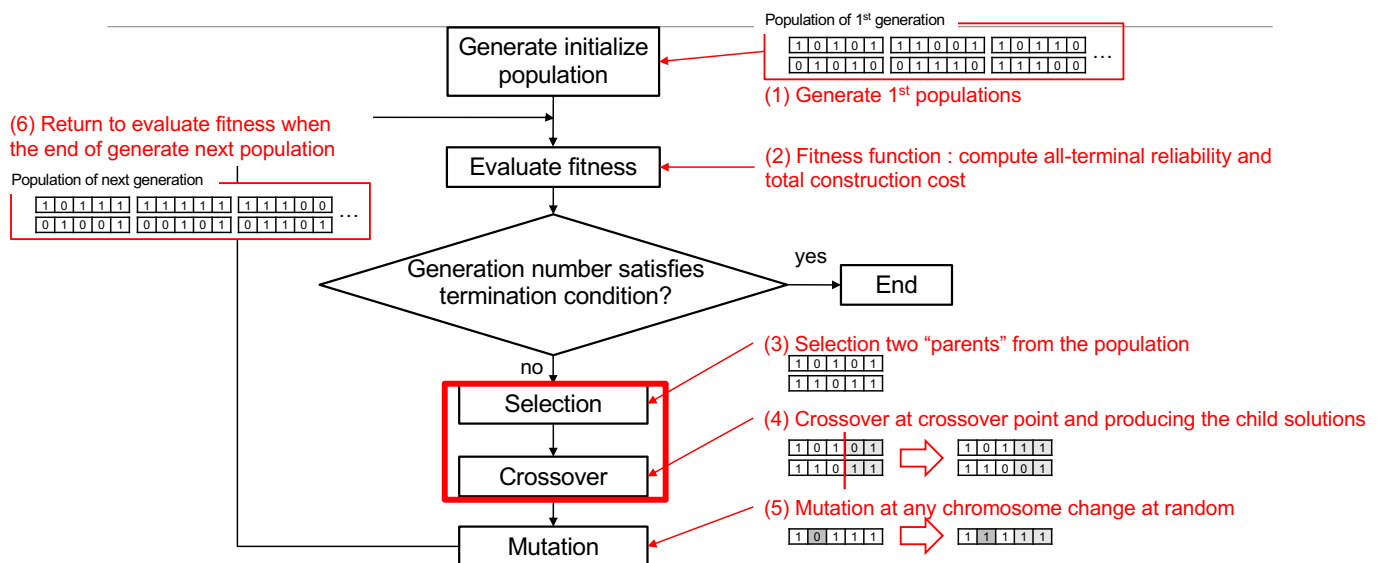


## (2) Network Topology

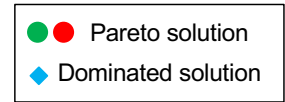
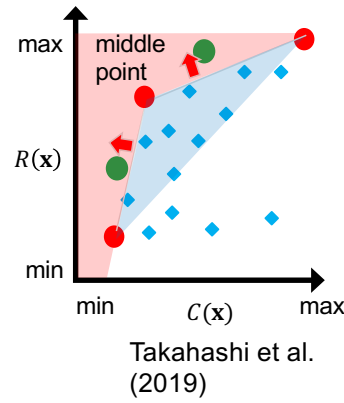
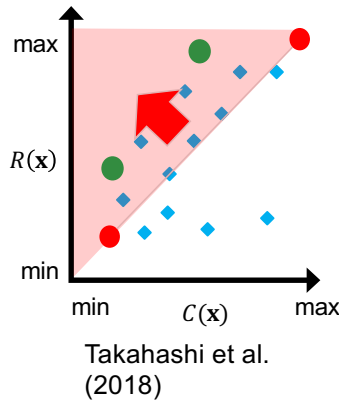
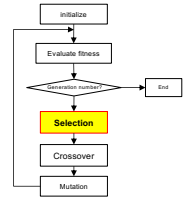


## Genetic Algorithm

A genetic algorithm (GA) is a metaheuristic inspired by the process of natural selection. (Genetic operator) Selection, Crossover, Mutation



## 2目的ネットワーク問題における親個体選択方法の提案①

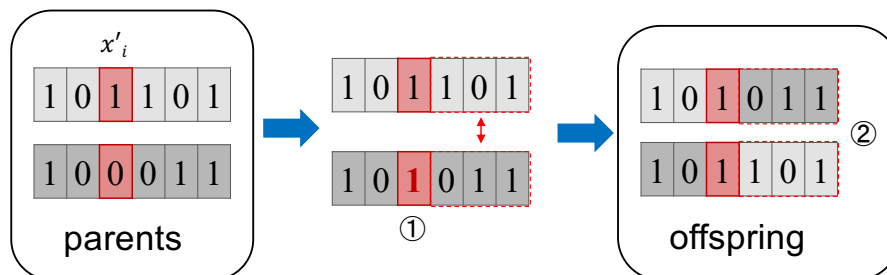
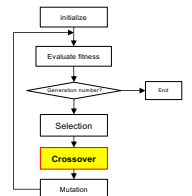


## 2目的ネットワーク問題における交叉方法の提案①

エッジ効率  $f_i$  の値を用いた一点交叉

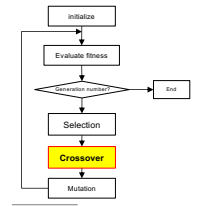
**Crossover point** : gene  $x'_i$  with maximum edge efficiency  $f_i$ . ( $f_i = p_i / c_i$ )

- ①  $x'_i$  is changed to 1.
- ② Crossover is operated in front and behind  $x_i^*$ .





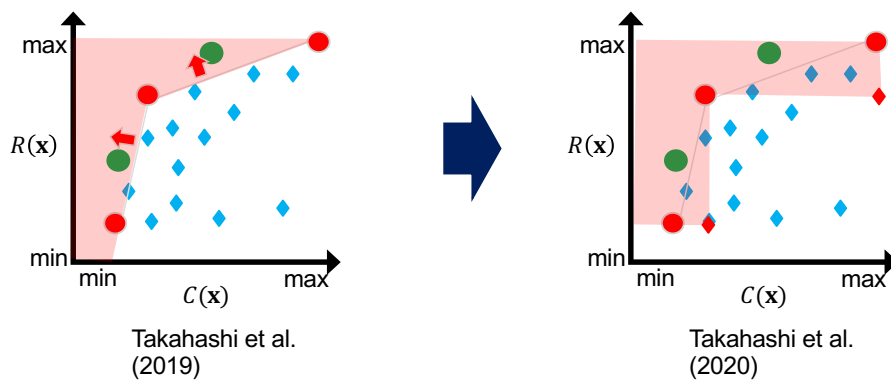
## 2目的ネットワーク問題における交叉方法の提案②



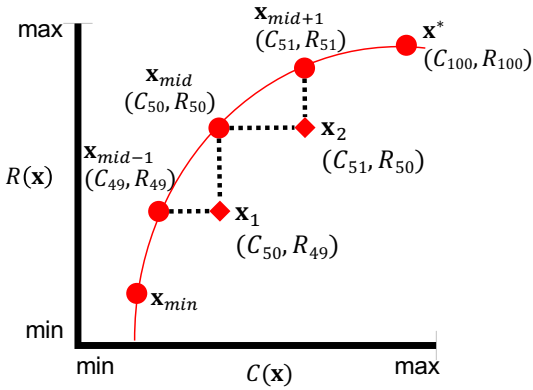
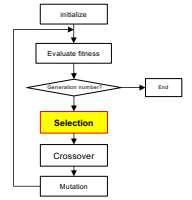
1. **One** of parents has the higher efficiency edge. ( edge efficiency  $f_i = p_i / c_i$ )
  - ➡ • The edge from the 1<sup>st</sup> to 3<sup>rd</sup> highest efficiency is crossover point.
  - One-point crossover such as both include highest edge.
2. **Both** parents have (don't have) the higher efficiency edge.
  - ➡ • two-point crossover
  - Crossover points are selected at random.



## 2目的ネットワーク問題における親個体選択方法の提案②



## 2目的ネットワーク問題における親個体選択方法の提案③



● Pareto solution  
◆ Considered coordinates

Ex) 100 populations

population size : 100  
 $\mathbf{x}^* = (C_{100}, R_{100})$  : solution of complete graph  
 $\mathbf{x}_{mid} = (C_{50}, R_{50})$  : middle cost solution of non-dominated solutions

Algorithm 1 : considered virtual coordinate  $\mathbf{x}_1 = (C_{50}, R_{49})$   
 Algorithm 2 : considered virtual coordinate  $\mathbf{x}_2 = (C_{50}, R_{49})$

Algorithm 1:

$$R(\mathbf{x}) \geq \frac{R(\mathbf{x}_{mid-1}) - R(\mathbf{x}_{min})}{C(\mathbf{x}_{mid}) - C(\mathbf{x}_{min})} (C(\mathbf{x}) - C(\mathbf{x}_{min})) + R(\mathbf{x}_{min}) \text{ or}$$

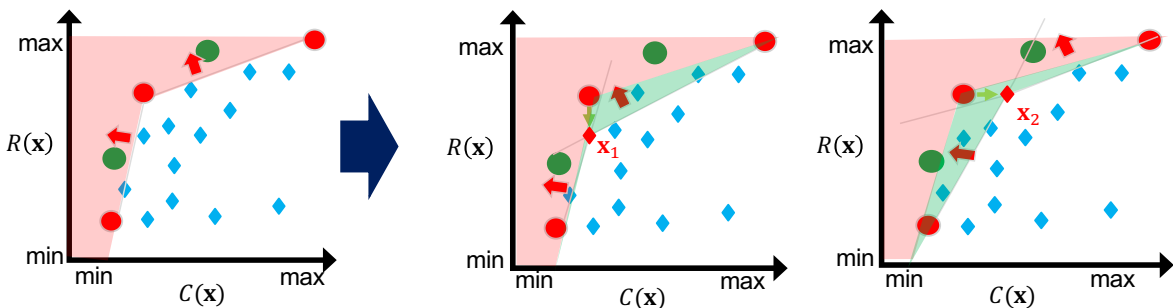
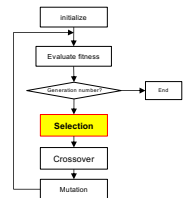
$$R(\mathbf{x}) \geq \frac{R(\mathbf{x}^*) - R(\mathbf{x}_{mid-1})}{C(\mathbf{x}^*) - C(\mathbf{x}_{mid})} (C(\mathbf{x}) - C(\mathbf{x}_{mid})) + R(\mathbf{x}_{mid-1})$$

Algorithm 2:

$$R(\mathbf{x}) \geq \frac{R(\mathbf{x}_{mid}) - R(\mathbf{x}_{min})}{C(\mathbf{x}_{mid+1}) - C(\mathbf{x}_{min})} (C(\mathbf{x}) - C(\mathbf{x}_{min})) + R(\mathbf{x}_{min}) \text{ or}$$

$$R(\mathbf{x}) \geq \frac{R(\mathbf{x}^*) - R(\mathbf{x}_{mid})}{C(\mathbf{x}^*) - C(\mathbf{x}_{mid+1})} (C(\mathbf{x}) - C(\mathbf{x}_{mid+1})) + R(\mathbf{x}_{mid})$$

## 2目的ネットワーク問題における親個体選択方法の提案③



Takahashi et al. (2019)

Kanazawa et al. (2021)①

Kanazawa et al. (2021)②

● ● Pareto solution  
 ◆ Dominated solution  
 ◆ Virtual coordinates

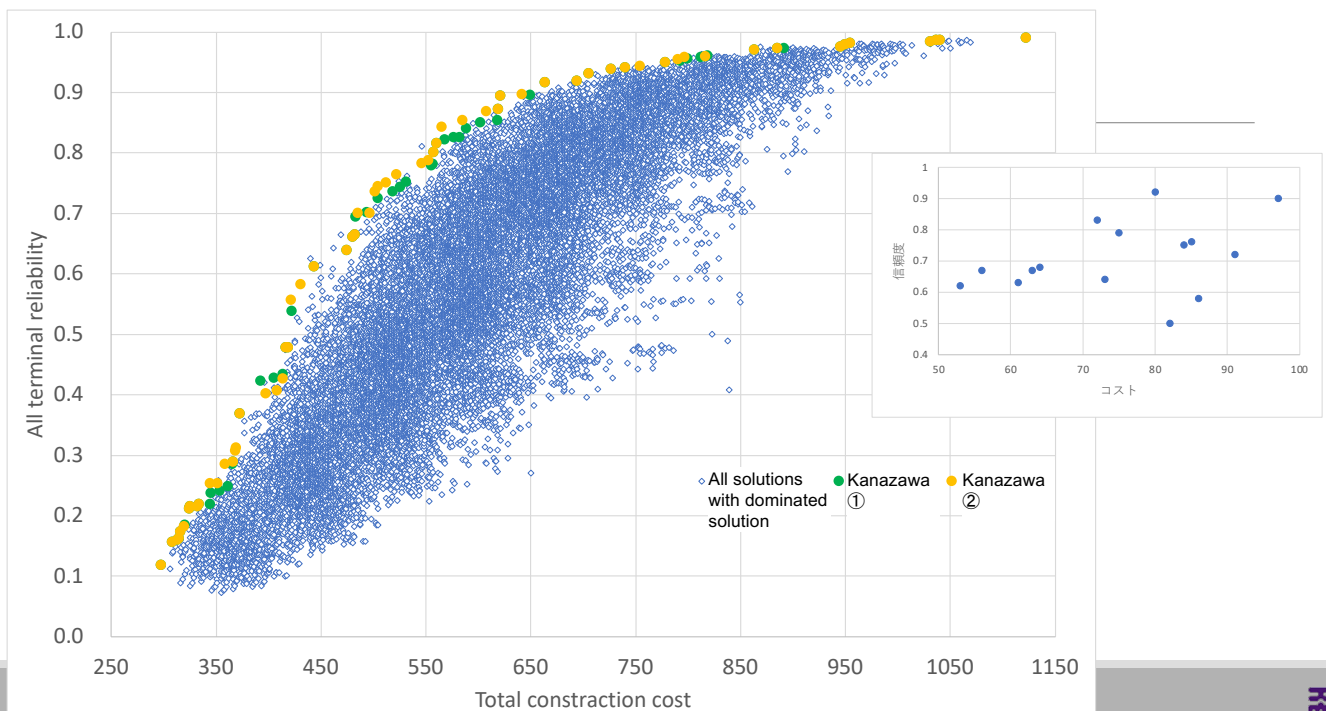
# アルゴリズムの比較1(GA parameters)

population size ( $N$ ), generation number ( $G$ ), crossover probability ( $P_c$ ) and mutation probability ( $P_m$ )

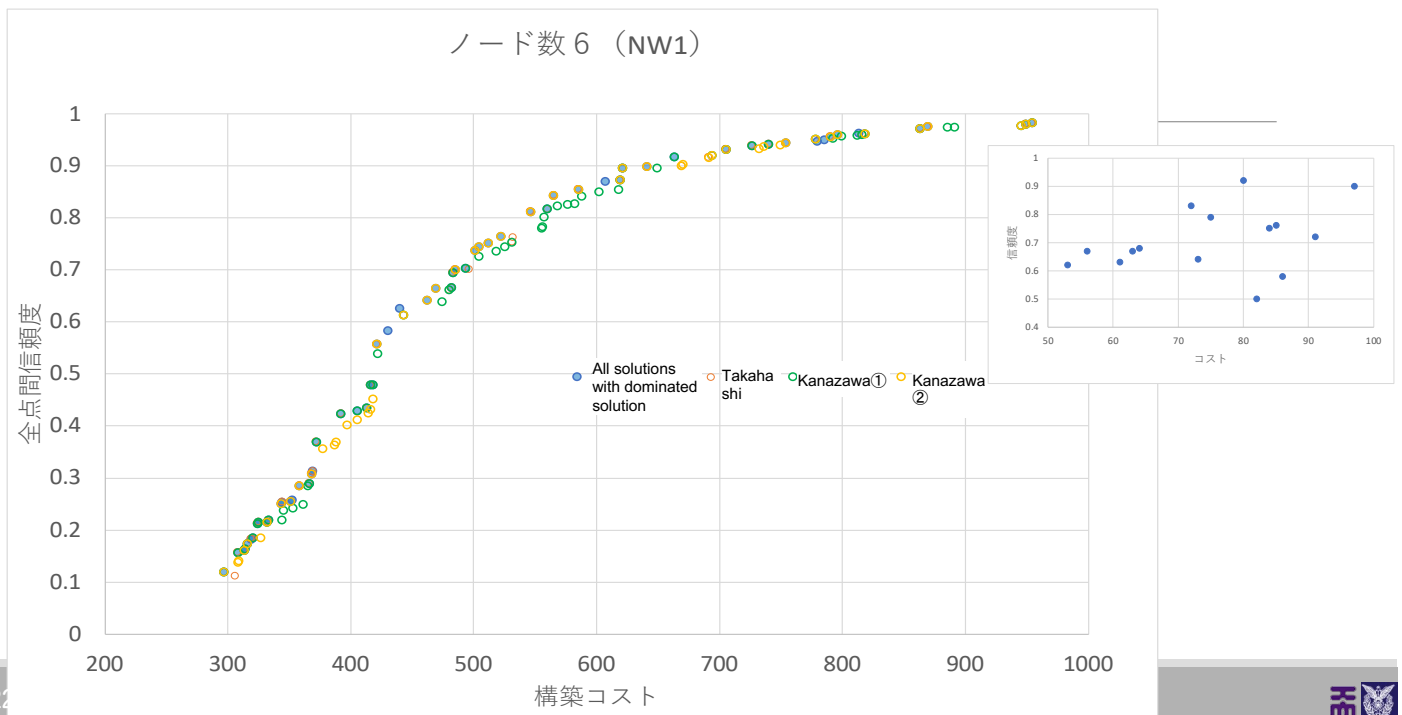
	$N$	$G$	$P_c$	$P_m$
Takahashi et al. (2019)	150	3000	0.99	0.01
Kanazawa et al. (2021)①	150	3000	0.99	0.01
Kanazawa et al. (2021)②	200	2000	0.99	0.01

世代数が大きく計算時間がかかる

## 数値実験結果( $n = 6$ )



# 数値実験結果( $n = 6$ )



## 評価基準

発見率:

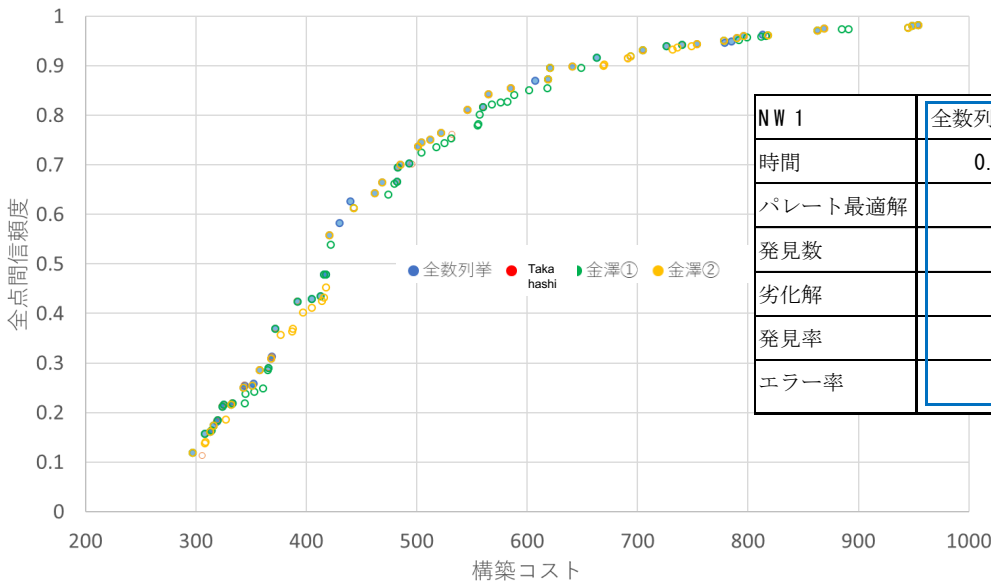
各方法で本当のパレート最適解が見つかった比率

エラー率:

各方法でパレート最適解と判定された解が劣解である比率

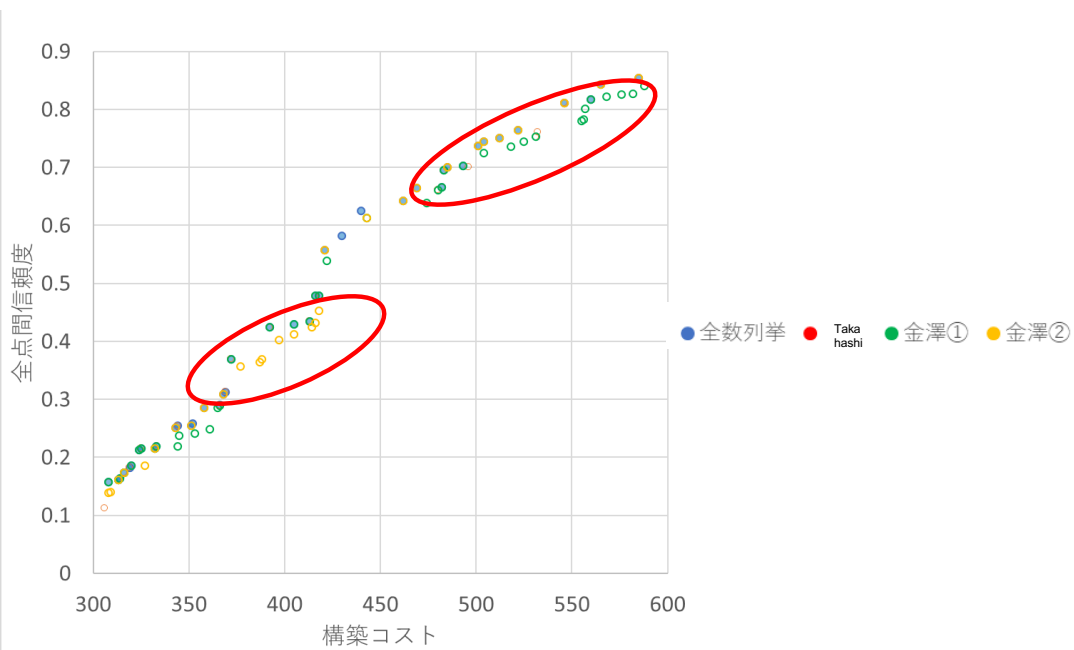
# 数値実験結果（ノード数6）

ノード数6（NW1）

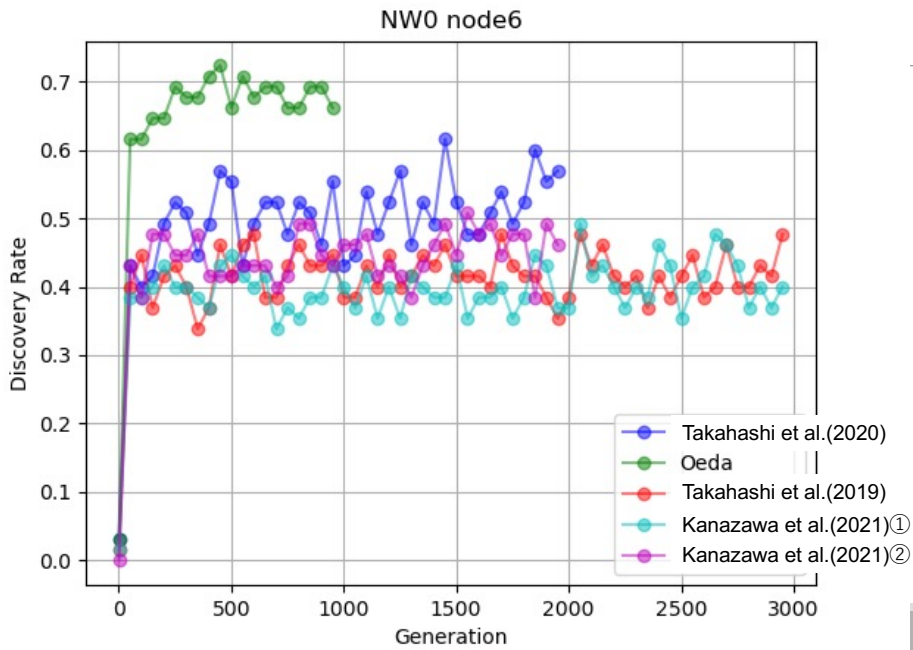


NW 1	全数列举	Takahashi	金澤①	金澤②
時間	0.205	216.593	220.896	199.935
パレート最適解	63	57	67	57
発見数		43	32	33
劣化解		14	35	24
発見率		68%	51%	52%
エラー率		25%	52%	38%

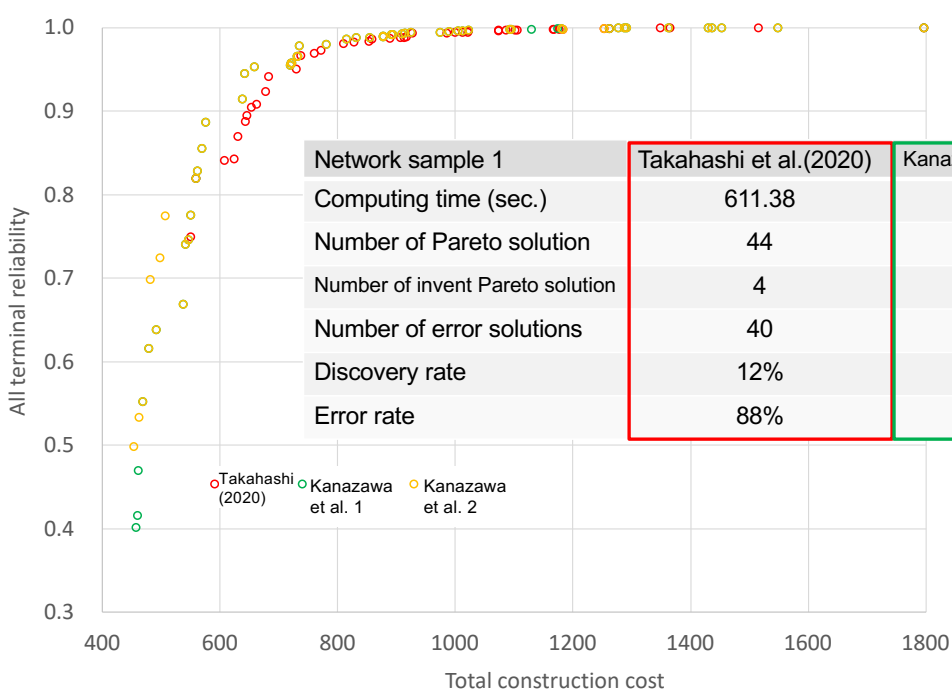
# 数値実験（ノード数6）



# 数値実験 (世代変化) → Python 実装で別実験

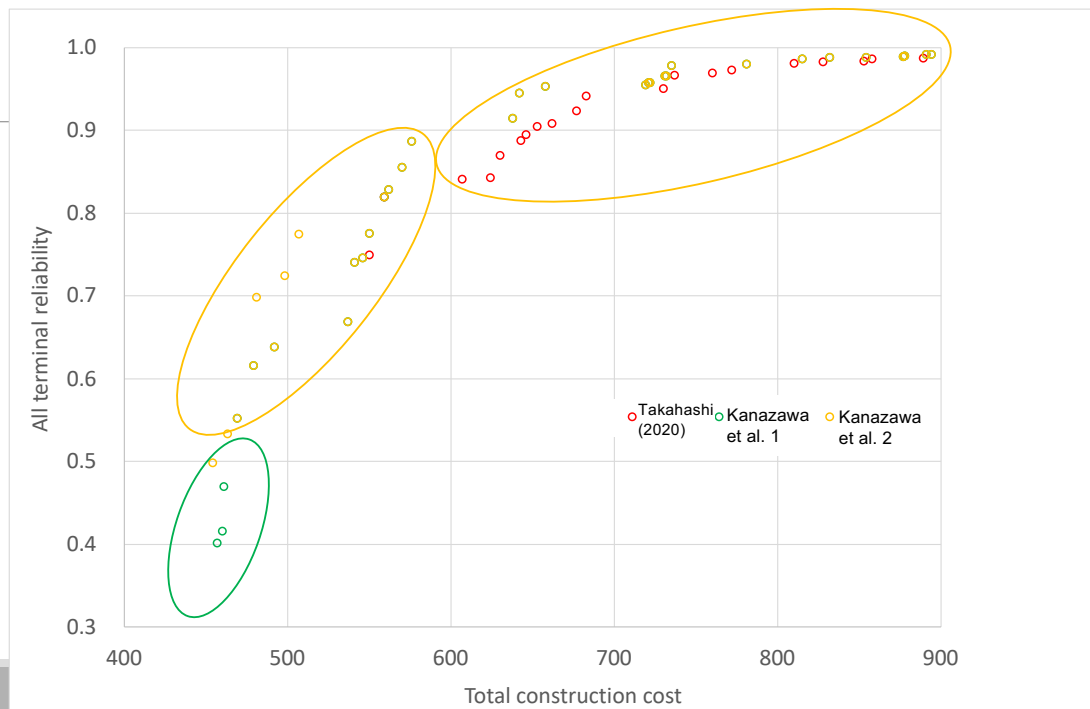


# 数値実験 (ノード数7)



Network sample 1	Takahashi et al.(2020)	Kanazawa et al.(2021) 1	Kanazawa et al.(2021) 2
Computing time (sec.)	611.38	1087.91	1134.54
Number of Pareto solution	44	55	57
Number of invent Pareto solution	4	10	8
Number of error solutions	40	45	49
Discovery rate	12%	23%	15%
Error rate	88%	77%	85%

## 数値実験（ノード数7）



28



## まとめ

全点間信頼度と総コスト（構築/運用コスト）に注目した二目的ネットワーク設計問題に注目し、遺伝的アルゴリズム(GA)を用いた解法に取り組んだ

1. 解探索空間を制限する「選択」を工夫することで効率的なパレート最適解導出に取り組んだ
2. エッジ効率性を取り入れた「交叉」の工夫も効果があった
3. エッジ効率性を取り入れた「選択」方法の取り組みを行っている
4. エッジの次数に注目した選択の制限方法に改善可能性がある
5. 本来のリーズナブルな時間による解の導出のためには全点間信頼度導出の工夫も必要である

These subjects are future work

29

